



Nome: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1a.(20)	2a.(15)	3a.(10)	3c.(15)	4 a.(10)	T:
1b.(10)	2b.(20)	3b.(15)		4 b.(20)	P:

**Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.**

1. O João vai para o ISEG num dos seguintes transportes: Autocarro (35% das vezes) , Metro (25% das vezes) ou Bicicleta (40% das vezes). Nos dias em que chove o João vai de Metro ou Autocarro com igual probabilidade e nunca vai de bicicleta. Sabe-se também que a probabilidade de chover e o João ir de Metro é de 50% e que em 70% dos dias em que chove ele vai de metro.

a) Qual a probabilidade de chover?

- b) Seleccionados ao acaso 10 dias úteis qual a probabilidade de em pelo menos 3 deles o João ir de bicicleta para o ISEG?

0,8327

0,6177

0,8791

0,7850

2. Considere a seguinte variável aleatória bidimensional com densidade  $f_{X,Y}(x,y)$  dada por

$$f_{X,Y}(x,y) = 6x^3\sqrt{y} \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

a) Calcule  $P(X > 0.2)$

b) Determine o valor esperado de  $X$  quando  $Y = 0,5$ . Com base **no resultado obtido** o que pode concluir sobre a independência entre as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ ? Justifique.

3. Sabe-se que a duração (em minutos) dos serviços noticiosos numa cadeia de televisão com carácter informativo, é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo (10,30).

a) Qual a probabilidade da duração de um serviço noticioso ser pelo menos de 15 minutos, sabendo que é maior que 10?

b) Seleccionados ao acaso, 5 serviços noticiosos dessa cadeia de televisão qual a probabilidade do serviço noticioso mais longo ser inferior a 12 minutos?

c) Qual a probabilidade de a duração total de 20 anúncios selecionados aleatoriamente, ser inferior a 6 horas?

4. Um professor recebe estudantes no seu horário de dúvidas às 4<sup>as</sup> feiras entre as 10:00 - 12:00 de acordo com um Processo de Poisson de taxa média igual a 4 por hora.

a) Qual a probabilidade de entre as 10:00 e as 10:30 aparecerem no máximo dois alunos para tirar dúvidas?

0,2707

0,1839

0,6767

0,2381

b) Qual a probabilidade do tempo que decorre entre o atendimento consecutivo de alunos exceder 30 minutos?

5. a. Seja  $X$  uma variável aleatória que representa o número de sucessos em  $n$  provas de Bernoulli e  $\theta$  a probabilidade de sucesso. Qual a distribuição do número de insucessos nas mesmas  $n$  provas de Bernoulli?

b. Seja  $X$  uma variável aleatória em que  $E(X) = Var(X) = \lambda$ . Considere a v.a.  $W = X_1 + X_2$  onde  $X_i$  ( $i = 1, 2$ ) são duas observações independentes de  $X$ . Calcule o coeficiente de correlação entre  $W$  e  $X$ .

c. Seja  $X$  uma variável aleatória com função distribuição  $F_X(x)$ . Prove que a variável aleatória  $Y = F_X(x)$  tem distribuição uniforme no intervalo  $(0, 1)$ .

